

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZD 1

Voordrachten over topologie voor dispuut

Thomas Stieltjes, 1948.

incopl.

J. de Groot.



1948

Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.

The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O), by the Municipality of Amsterdam, by the University of Amsterdam, by the Free University at Amsterdam, and by industries.

Dr. J. de Groot

Voordrachten over topologie

(1948)

3 pag

Voordrachten over topologie

voor het diploma "Wiskunde 3" (1948)
op 3 en 4 Febr. 1948
door
Dr. J. de Groot

- I. Behandeling van een aantal fundamentele begrippen uit de topologie der verzamelingen, zoals topologische ruimten, continuïteit, verbinding, compact, samenhangende, etc. (zie de index).
- II. Behandeling van enkele topologische variëteiten en hun betekenis voor de algemene theorie, zoals:
 - 1°) continue afbeelding van een lijnstuk op een kwadraat
 - 2°) een topologische bog in de ruimte, waar de projectie op een vlak een knoop kan geven
 - 3°) de continue afbeelding van een lijnstuk op een cirkel, die een knoop kan geven
- III. Het dimensiebegrip voor topologische ruimten, en de dimensies 0, 1, 2, 3, en voor de afmeting van een ruimte (indien een ruimte een afmeting heeft).

Index van topologische termen

- V = verzameling**
- afbeelding** = een functie van een verzameling op een verzameling
- afmeting**: De afmeting van een ruimte is de kleinste getal n zodat elke punt van de ruimte een omgeving heeft die homeomorf is met een open deel van $\mathbb{R}^n$.
- begrensd**: Een verzameling V is begrensd als er een rechte lijn is die V snijdt en die alle punten van V op een eindige afstand van zich houdt.
- Cartesisch**: Een coördinaatsysteem is Cartesisch als de punten van de ruimte door een rechte lijn kunnen worden beschreven.
- compact**: Een verzameling V is compact als elke open dekking van V een eindige deelverzameling heeft die V dekt.
- compleet**: Een verzameling V is compleet als elke Cauchy-reeks in V convergeert naar een punt in V .
- continuïteit**: Een functie f is continuït als de afbeelding van een open verzameling op een open verzameling is.
- convergent**: Een reeks $\{x_n\}$ convergeert naar een punt x als voor elke $\epsilon > 0$ er een N bestaat zodat voor alle $n > N$ geldt $|x_n - x| < \epsilon$.
- dimensie**: De dimensie van een ruimte is de kleinste getal n zodat elke punt van de ruimte een omgeving heeft die homeomorf is met een open deel van $\mathbb{R}^n$.
- disjunct**: Twee verzamelingen V en W zijn disjunct als ze geen gemeenschappelijke punten hebben.
- discontinuïteit**: Een functie f is discontinuït als de afbeelding van een open verzameling op een open verzameling niet is.

Handwritten signature or note at the bottom of the page.

doorsnede van V' en V'' is de V van alle punten, die zowel tot V' als tot V'' behoren. Notatie $V' \cdot V''$.

Euclidisch: n -dimensionale Euclidische ruimte $E_n = n$ -dimensionale getallenruimte; iedere geordende rij $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ van n reële getallen is een punt x van E_n . De afstand van x en y is

$$\sqrt{\sum (x_i - y_i)^2}$$

eenduidige afbeelding: van V op V' is een voorschrift, waarbij aan ieder punt van V één (beeld) punt van V' wordt toegevoegd; ieder punt van V' moet beeldpunt zijn.

eeneenduidige afbeelding f van V op V' is eenduidig, terwijl bovendien verschillende punten van V op verschillende punten van V' worden afgebeeld; de inverse afbeelding f^{-1} is dus ook eenduidig.

gebied in E_n : samenhangende V , open in E_n .

geïsoleerde punten van V : geen verdichtingspunt van V , d.w.z. het punt is in V een omgeving van zichzelf.

gesloten: deelverz. V' is gesloten in V , indien alle verdichtingspunten van V' tot V' behoren. Het complement $V - V'$ is dan open. Vb.: cirkel is gesloten in platte vlak. V van rationale punten in E_1 is niet gesloten in E_1 .

gesloten omhulsel: zie omhulsel.

grenspunt = randpunt.

homeomorf = topologisch equivalent = topologisch af te beelden op

invariant: topologische --, eigenschap die bewaard blijft bij topologische afbeelding, zoals compactheid, en samenhangendheid.

Jordanboog: boog

Jordan - Brouwer: stelling van --: het topologisch beeld J van een cirkel in het platte vlak E_2 verdeelt E_2 in precies twee gebieden, waarvan J de gemeenschappelijke rand is.

Jordankromme: topologisch beeld van een cirkel.

kromme: eendimensionaal continuum.

leeg: lege V is V bestaande uit geen enkel punt; is deelverzameling van iedere V .

limiet: zie convergeren.

metrische ruimte: V van punten, waarin aan iedere twee punten x en y een niet-negatief reëel getal als afstand is toegekend met

$$1^\circ. \overline{xy} \geq 0 \text{ dan en alleen dan, indien } x = y.$$

$$2^\circ. \overline{xy} = \overline{yx}$$

$$3^\circ. \overline{xx} \leq \overline{xy} + \overline{yz} \text{ voor ieder drietal punten (driehoeksrelatie).}$$

microsamenhangend: in het kleine samenhangend. V is --, indien ieder punt willekeurig kleine omgevingen bezit, die samenhangend zijn.

nuldimensionaal: V is nuldimensionaal, indien ieder punt willekeurig kleine omgevingen met lege (d.w.z. niet tot V behorende) rand bezit.

omgeving: een -- van een punt in E_n is iedere in E_n open V , die dat punt bevat. Is D een deelverzameling van E_n en p een punt uit D , dan is een omgeving van p in D de doorsnede van een omgeving van p in E_n met D . Vb.: bol b zonder boloppervlak is omgeving van willekeurig punt van B (in E_3).

omhulsel: gesloten omhulsel $\bar{V}$ van V is de som van V en de verz. van alle verdichtingspunten van V .

open: V is open in E_n , indien bij ieder punt p van V een " n -dimensionale bol" behoort met middelpunt p , die deelverzameling van V is. Deelverzameling D van een verzameling V (liggend in E_n) is open in V , indien ieder punt van D middelpunt is van een n -dimensionale bol, waarvan de doorsnede met V geheel tot D behoort. Het complement $V - D$ van een open verzameling D in V is gesloten (in V). Voorbeeld: $J \subset E_1 \subset E_n$, waarbij J het eenheidsinterval $(0,1)$ is zonder de eindpunten. J is open in E_1 , niet-open in E_2 . E_2 is gesloten in E_2 . $V = E_2 - J$ is noch open, noch gesloten in E_2 .

overdekking: een aantal open verzamelingen overdekt V , indien hun som $\sum V$ bevat.

overdekkingsstelling: iedere overdekking van een begrensde gesloten V bevat een eindige overdekking, d.w.z. er zijn eindig veel verza-

melingen uit te kiezen, die V overdekken.

rand: zij $D \subset V$. Punt p uit V is randpunt van D (t.o.v. V), indien iedere omgeving van p zowel een punt uit D als uit $V-D$ bevat. De som van de randpunten is de rand of begrenzing, Vb.: boloppervlak is rand bcl t.o.v. E_3 .

ruimte: E_n verzameling = puntverzameling = figuur = deelverzameling van E_n .
samenhangend:

1°. V is --, indien iedere twee punten uit V door een tot V behorende boog verbonden kunnen worden.

2°. (algemener) : $V \neq V_1 + V_2$, waarbij V_1 en V_2 disjunct en gesloten (in V) zijn; anders gezegd: V is --, indien bij iedere verdeling $V = V_1 + V_2$, V_1 (of V_2) een verdichtingspunt heeft, dat tot V_2 (of V_1) behoort.

som van V_1 en V_2 is de V van alle punten, die tot V_1 of (en) V_2 behoren: $V_1 + V_2$.

topologisch: een afbeelding f is topologisch, indien ze eeneenduidig is en afbeelding f zowel als inverse afbeelding f^{-1} continu zijn; anders gezegd, indien ze eeneenduidig is en tezamen met de inverse afbeelding open deelverzamelingen op open deelverzamelingen afbeeldt. f en f^{-1} zijn beide topologisch.

verdichtingspunt: p is -- van V , indien iedere omgeving van p oneindig veel punten uit V bevat, d.w.z. indien er een puntenrij in V is, die naar p convergeert.

verschilverzameling $A-B$ van A en B voor $B \subset A$ is verzameling van alle punten uit A , niet in B .

willekeurig kleine omgeving, zie omgeving.